

# **Intern rapport nr. 1402**

**CANDE**

**Et program for demensjonering og  
analyse av rør og kulverter i jord**

**Mars 1989**

**Veglaboratoriet**



Intern rapport

nr. 1402

Gruppe: C

C A N D E

ET PROGRAM FOR DIMENSJONERING OG ANALYSE  
AV RØR OG KULVERTER I JORD

Vegdirektoratet  
**Veglaboratoriet**

Gaustadalleen 25, Postboks 6390 Etterstad, Oslo 6 Tlf. (02) 63 99 00



Veglaboratoriets Interne rapporter omfatter utredninger, forskningsresultater, studiebesøk, forslag til retningslinjer, foredrag og kurskompendier.

Rapportene er delt i to grupper:

- B: For bruk innen Statens vegvesen
- C: For fri distribusjon

Innholdet eller deler av det må ikke publiseres videre uten tillatelse fra Veglaboratoriet.

---

prosjekt/oppdrag:	P-338
seksjon:	47 - Geoteknisk
saksbehandler:	J. Vaslestad/G. Eiksund / JFB
dato:	Mars 1989

---





VEGLABORATORIET

## rapportsammendrag

X	Intern rapport
	Laboratorierapport
	Oppdragsrapport

111	A	Rapportstatus*) N	Seksjon/fylke 47	Prosjekt P-338	Gruppe: C	nr. 1402
-----	---	----------------------	---------------------	-------------------	--------------	----------

1 2 3 4 5 21 31 41 51 61 71

TITTEL	212	A	CANDE - Et program for dimensjonering og analyse av rør og kulverter i jord			
--------	-----	---	---	--	--	--

SAKS-BEHANDLER	221	A	Navn Jan Vaslestad	Institusjon Veglaboratoriet
		B	Gudmund Eiksund	Veglaboratoriet
		C		

RAPPORT DATA	421	A	Rapporttype**) FOU	Dato Mars 1989	Erstatter rapport nr:		
		B	Totalt sidetall 33		Språk Norsk		
		C	Antall fotos	Ant. figurer 15	Ant. tabeller 10	Ant. litt.henv. 7	
		D	Sammendrag i andre språk				

SAMMENDRAG	511	A	<p>Denne rapporten er en presentasjon av elementmetodeprogrammet CANDE, utviklet på oppdrag av Federal Highway Administration for analyse og dimensjonering av nedgravde rør og kulverter. I programmet kan en velge mellom tre ulike løsningsnivå.</p> <p>Nivå 1: Analytisk løsning for homogene forhold.</p> <p>Nivå 2: Elementmetodeløsning med automatisk generering av element nett.</p> <p>Nivå 3: Fullstendig elementmetodeløsning for vilkårlig rørform og jordforhold.</p> <p>En kan også velge mellom flere ulike jordmodeller fra lineært-elastisk til ikke-lineære modeller med spemmingsavhengig modul. Materialmodeller for stål, aluminium, plast og betongrør er innebygd. Programmet kan i nivå 1 og 2 brukes uten kjennskap til elementmetode-terminologi.</p> <p>I rapporten er det tatt med eksempler som viser bruk av CANDE til parameterstudier. Disse eksemplene viser tydelig at kvalitet og komprimering av omfyllingsmassene har stor betydning for de kreftene som virker på et nedgravd rør.</p> <p>Det er vist 4 eksempler på anvendelse av CANDE:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fleksibel stålbue på betongfundament</li> <li>- Firkantet betongkulvert</li> <li>- Korrugerte plastrør</li> <li>- Betongrør</li> </ul>			
------------	-----	---	--	--	--	--

FAG-OMR.	611	A	Geoteknikk	IRRD kode 42
		B	Fundamentering	53.1
		C		
NØKKELOD	621	A	Kulvert	3360
		B	Elementmetoden	6490
		C	Plast	7454
		D	Jordtrykk	5726
		E	Deformasjon	5592
		F	Stål	4542
		G	Betong	4755
		H	Spenning (mekanisk)	5575



**CANDE** - Et program for dimensjonering og analyse av rør og kulverter i jord.

## **INNHold**

1. INNLEDNING
2. OPPBYGGING AV CANDE
  - 2.1 Beregningstype
  - 2.2 Løsningsnivå
  - 2.3 Rørtype
3. JORDMODELLER I CANDE
  - 3.1 Lineær
  - 3.2 Lastavhengig
  - 3.3 Hardin
  - 3.4 Duncan
4. EKSEMPLER PÅ ANVENDELSE
  - 4.1 Fleksibel stålkonstruksjon
  - 4.2 Betongkulvert
  - 4.3 Korrugert plastrør
  - 4.4 Betongrør
5. LITTERATURHENVISNINGER

## FIGURER

- Fig. 1: Oppbygging av CANDE, programarkitektur.
- Fig. 2: Elementnett nivå 2. For sirkulært rør.
- Fig. 3: Spennings-tøyningsdiagramm for de ulike rørtypene.
- Fig. 4: Typisk spennings-tøyningsutvikling i ødometerforsøk.
- Fig. 5: Idealisert skjærspennings-tøyningsforhold.
- Fig. 6a: Grovt friksjonsmateriale, enaksial oppførsel.
- Fig. 6b: Grovt friksjonsmateriale, triaksial oppførsel.
- Fig. 7: Elementinndeling av jord og rør i eksempel 4.1.
- Fig. 8: Effekt av jordstivhet på vertikaldeformasjon av røret.
- Fig. 9: Effekt av rørstivhet på vertikaldeformasjon av røret
- Fig. 10: Rektangulær betongkulvert.
- Fig. 11: Elementinndeling av jord i tilfellet med rektangulær betongkulvert.
- Fig. 12: Vertikal deformasjon av betongkulverten som funksjon av fyllingshøyde over topp kulvert.
- Fig. 13: Tverrsnitt av kulverten brukt i fullskala-forsøket.
- Fig. 14: Beregnet og målt jordtrykk rundt kulverten.
- Fig. 15: Armeringsareal for dobbeltarmert betongrør.

## TABELLER

- Tab. 1: Muligheter og begrensninger for løsningsnivåene i CANDE.
- Tab. 2: Karakteristikk av rørtypene.
- Tab. 3: Elastiske relasjoner. ( Lineært elastisk)
- Tab. 4: Elastiske ekvivalenter for isotrop plan tøyning.
- Tab. 5: Tverrsnittsdata for betongkulvert.
- Tab. 6: Elastiske jordparametre.
- Tab. 7: Jordparametre i fullskalaforsøk.
- Tab. 8: Bruddkriterier for plastrør.
- Tab. 9: Duncans jordparametre for to jordtyper.
- Tab. 10: Dimensjoneringstabell for tillatt fyllingshøyde over plastrør.



## 1. INNLEDNING

Denne rapporten omfatter en beskrivelse av CANDE, som er et elementmetodeprogram for dimensjonering og analyse av konstruksjoner i jord.

CANDE ble primært utviklet for dimensjonering av nedgravde kulverter og rør av korrugert stål, korrugert aluminium, armert betong og plast. CANDE er derfor en forkortelse for Culvert ANalyses and Design.

Fordi oppbyggingen av programmet er basert på generell elementmetodeteori, kan det brukes på problemer av typen samvirke jord - konstruksjon, såsom støttemurer, spuntvegger, fyllinger, tunneler etc.

CANDE er utviklet av Katona et.al (1976) på oppdrag av Federal Highway Administration (FHWA).

Bakgrunnen for å utvikle CANDE er de store kostnadene som blir brukt til rør- og kulverter i metall, betong og plast (mellom 100 og 500 millioner dollar i året eks. installasjon i USA).

I Norge er hovedledningsnettene verdt ca. 100 milliarder kr.

Det er åpenbart at en forbedring i dimensjonering og installasjon kan medføre betydelige besparelser.

Ved siden av det økonomiske aspektet, er det også erkjent at samvirke mellom rør av jord er av største betydning for riktig dimensjonering.

Ved å ta hensyn til samvirke rør - jord er det mulig å optimalisere rørkonstruksjoner på en helt annen måte enn ved de tradisjonelle empiriske metodene.

Formålet med å utvikle CANDE var å få et brukervennlig program, med mulighet for både dimensjonering og analyse av korrugerte stål- og aluminiumsrør, betongrør og plastrør.

Følgende punkter ble satt opp som mål for CANDE:

- 1) Bruke elementmetodeteori og kontinuumsmekanikk for å karakterisere jord- og rør systemet.
- 2) Modellere samvirke mellom jord og rør på best mulig måte, inkludert trinnvis oppbygging av fylling, ikke - lineære jordmodeller, ikke - lineære rørmodeller og friksjon mellom rør og jord.

- 3) Etablere en dimensjoneringsmetode for å finne nødvendige røregenskaper (tverrsnittsareal, motstandsmoment) basert på forskjellige bruddmekanismer, og for å finne oppførsel av ulike rørtyper ved hjelp av sikkerhetsfaktorer.
- 4) Programmet skal være så brukervennlig som mulig, med automatisk elementgenerering og minimal input.

I tillegg til disse målene skal resultatene fra CANDE sammenlignes med eksperimentelle data fra fullskala-målinger, for å evaluere og optimalisere forskjellige tekniske nyvinninger når det gjelder rør og kulverter.

Det finnes omfattende dokumentasjon om programmet, inkludert en teknisk beskrivelse av programmet, systemmanual og brukermanual (Katona et.al 1976).

CANDE har nå vært brukt i 12 år, og brukere er FHWA, lokale vegkontorer, offentlige myndigheter, konsulentfirmaer, industrien, forskningsinstitutt og universiteter.

Det har vært utført en rekke etterregninger av fullskalaforsøk, og i denne rapporten vil erfaringene med CANDE bli oppsummert.

Brukervennlighet har vært et av nøkkelordene i filosofien bak utviklingen av CANDE.

Altfor ofte har elementmetodeprogrammer vært bygd opp slik at det kreves høy ekspertise og lang erfaring for å definere grenseverdiene (input) og for å tolke resultatene (output). På denne måten blir programmene forbeholdt en begrenset gruppe eksperter.

For å imøtekomme dette problemet er CANDE bygd opp slik at det kan brukes som en "sort boks" eller "grå boks".

Med "sort boks" menes at brukeren ikke trenger å vite noe om løsningsmetodene (elementmetodeteori, kontinuumsmekanikk) for å dimensjonere eller analysere et problem.

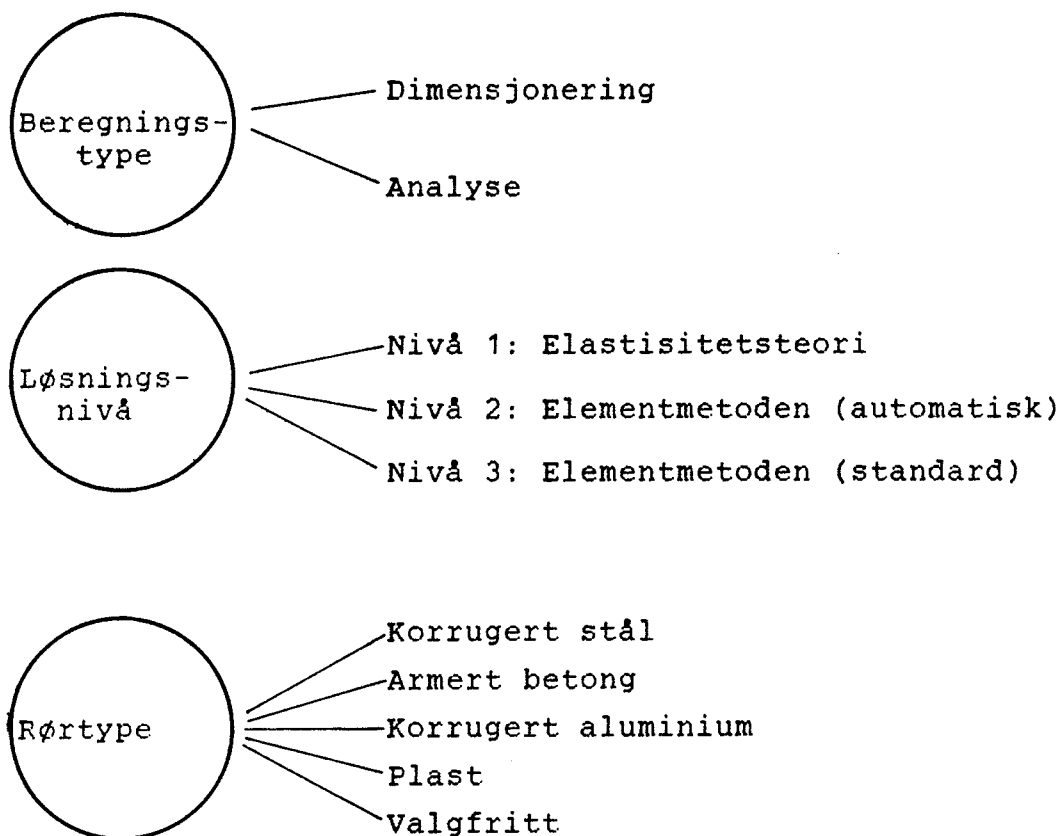
CANDE kan også brukes som en "grå boks", som innebærer at brukeren konstruerer sitt eget elementnett, og også kan lage sin egen modell for oppførsel av jord og rør.

CANDE er bygd opp slik at det relativt enkelt kan gjøres forandringer eller tilføyelser i programmet.

## 2. OPPBYGGING AV CANDE

I dette kapittelet vil det bli gitt en kortfattet beskrivelse av hvordan CANDE kan brukes som et verktøy for å dimensjonere eller analysere rør i jord.

Oppbyggingen av CANDE er vist i figur 1.



Figur 1. Oppbygging av CANDE

Figur 1 viser de 3 hoveddelene i programarkitekturen: Beregningstype, løsningsnivå og rørtype.

Først er det valg av beregningstype, som kan være dimensjonering eller analyse.

Så velges rørtype, og til slutt løsningsnivå.

Valg av disse forskjellige hoveddeler gjør brukeren i stand til å kontrollere flyten og programstrategien.

Hovedprinsippet er at programmet er bygd opp slik at det kan brukes på såkalt "mix and match" basis.

Hvilken som helst av rørtypene kan kombineres med valgt løsningsnivå, og kjøres enten som dimensjonering eller analyse.

I det følgende vil hver av de 3 hoveddelene i programmet bli omhandlet.

## 2.1 Beregningstype

Som nevnt er beregningstype et valg mellom dimensjonering eller analyse.

Med analyse menes at et problem er fullstendig definert ved hjelp av geometri, materialegenskaper og grensebetingelser. Problemet blir så løst på ønsket løsningsnivå. Resultatene består av rørets og jordas respons på belastningene (deformasjoner, spenninger, tøyninger).

I tillegg fåes en evaluering av rørets oppførsel ved hjelp av materialkoeffisienter (sikkerhetsfaktorer) mot forskjellige bruddmekanismer.

I den alternative beregningstypen dimensjonering blir sikkerhetsfaktorene gitt i inndata sammen med rørdiameter og jordparametre.

CANDE beregner seg så frem til den stivhet og tykkelse på rørveggen som tilfredstiller sikkerhetsfaktorene. Egenskaper til metallrør blir gitt som korrugering og godstykkelse, mens de for armerte betongrør blir gitt som veggtykkelse og armeringsareal.

## 2.2 Løsningsnivå

I programmet kan en velge mellom tre løsningsnivå alt etter krav til nøyaktighet på resultatene og tilgjengelig datamaskinkapasitet.

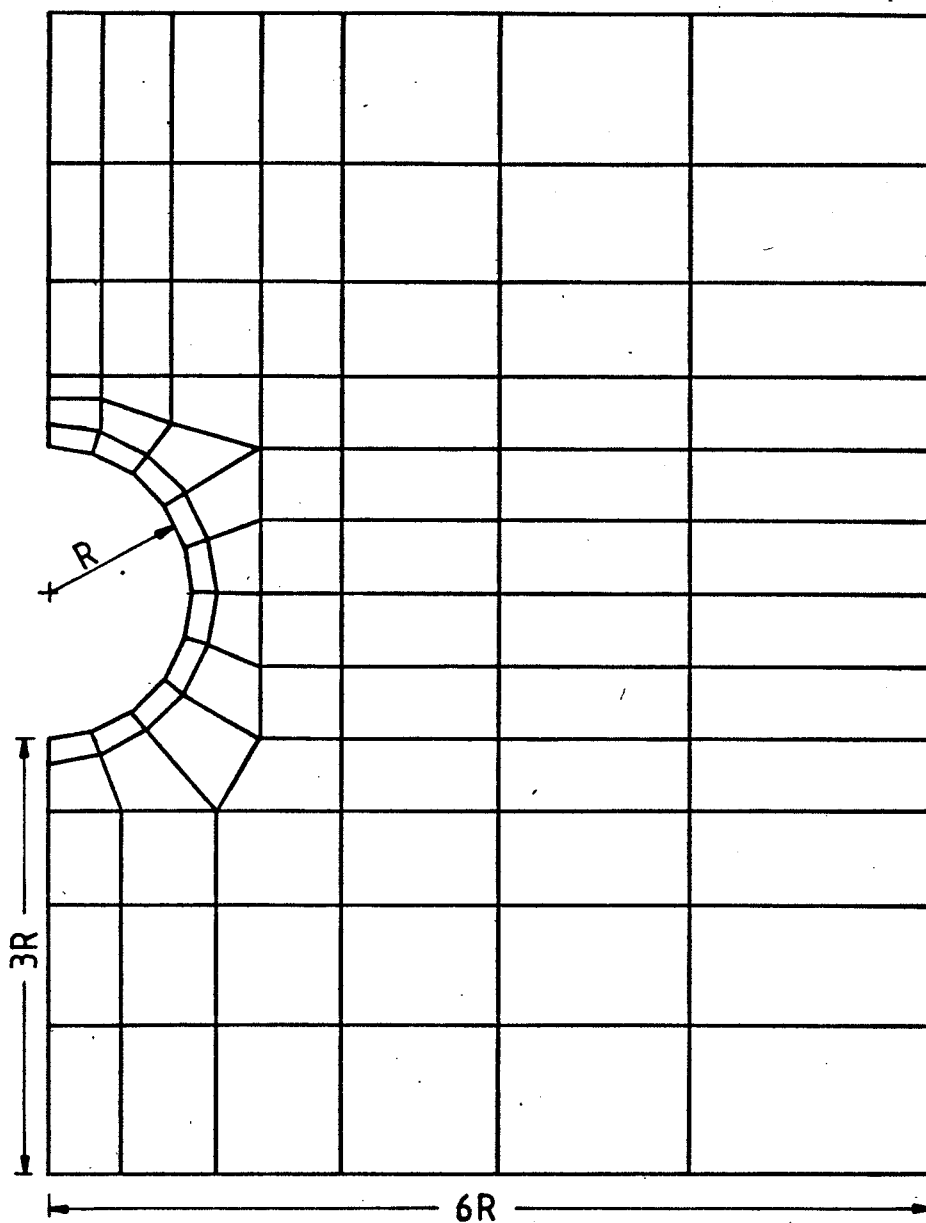
Nivå 1 er basert på en elastisitetsteoretisk løsning og er begrenset til bruk for sirkulære rør med forholdsvis stor overdekning, Burns og Richard (1964).

I overgangen mellom jord og rørvegg kan en anta full eller ingen friksjon.

En viss grad av ikke-linearitet kan oppnås ved gradvis pålasting der jordstivheten blir endret for hvert lasttrinn. Selv om den elastiske løsningen ikke gir samme muligheter til detaljerte beskrivelser som en elementmetodeløsning, er nivå 1 et svært godt og effektivt redskap for design av enkle rør og kulverter. Kort regnetid og moderate datamengder gjør at nivå 1 er særlig anvendelig ved overslagsberegninger og enkle parameterstudier.

Nivå 2 bygger på en endelig-elementmetode løsning med automatisk generering av elementnett. Dvs. at programmet utfører den arbeidskrevende jobben med utarbeiding og innlesing av elementnett.

Elementnett for sirkulært rør er vist på figur 2.



FIGUR 2 ELEMENTNETT NIVÅ 2.  
FOR SIRKULÆRT RØR.

For å kunne bruke nivå 2 er det ikke nødvendig med kjennskap til elementmetodeterminologi. Programmet genererer inngangsdata basert på følgende nøkkelparametre:

- \* Installasjonstype (fylling eller grøft)
- \* Rørdiameter og form (sirkel, ellipse eller firkant)
- \* Bredde og dybde av grøft
- \* Antall konstruksjonsskritt (lagvis oppfylling)
- \* Materialelegenskaper for jordmassene
- \* Belastninger (egenvekt, ytre last, etc.)

De mest vanlige kulvertkonstruksjoner kan beregnes v.hj.a nivå 2. Det tillates stor fleksibilitet i valg av materialer til fundament, omfylling rundt rør og fyllingsmasser. Variasjon i rørform, antall lag med omfylling, påføring av punktlaster og endring av friksjonsforhold mellom rør og jord kan lett utføres.

Typisk størrelse på en inndatafil er 10 - 15 linjer (100 - 200 tegn). En begrensning for nivå 2 er symmetrikravet om vertikalaksen for systemet.

Nivå 3 bygger på samme løsningsmetode som nivå 2, men elementnett må utarbeides manuelt etter et standard oppsett. Dette løsningsnivået må brukes for usymmetriske installasjoner, og for analyse av kompliserte jordforhold. Andre typer jord - struktur samvirke problemer kan også analyseres v.hj.a. nivå 3 f.eks. spuntvegger.

Elementmetodeløsningen for nivå 2 og 3 er basert på virtuelle forskyvings prinsipp, Fiskvatn (1984) I programmet kan en påføre belastningen i lasttrinn som en parallell til den fysiske prosessen der jord blir lagt opp lagvis rundt røret. På den måten kommer en lastdeformasjonshistorie for rør og jord frem.

Elementnettet i nivå 2 og 3 er bygget opp av tre elementtyper:

- \* Kvadratiske element for modellering av jord. Disse elementene kan i nivå 3 også brukes som trekantelement.
- \* Grenseflate-element for modellering av friksjonsforhold i overgangen mellom jord og rør.
- \* Bjelkeelement for modellering av rørveggen.

Tabell 1 viser muligheter og begrensninger for de ulike løsningsnivåene.

Tabell 1. Muligheter og begrensninger for løsningsnivåene i CANDE.

Betegnelser	Nivå 1	Nivå 2	Nivå 3
Rør former	Sirkulær	Sirkulær, vertikal og horisontal ellipse, firkant	Alle åpne eller lukka rørtverrsnitt.
Jord soner	En homogen jordsone	In-situmasser, omfylling, fundament, andre	Opptil ti ulike jordsoner kan defineres.
Jordmodell	Lineær	Lineær, last-avhengig, Hardin, Duncan	Lineær, last-avhengig, Hardin, Duncan
Installasjons-type	Fylling	Grøft, fylling,	Brukerdefinert utforming
Symmetri betingelser	Dobbel symmetri om horisontal og vertikal akse.	Symmetri om vertikal akse.	Vilkårlige randbetingelser og symmetri.
Last beskrivelse av jorda	Trinnvis påføring av overlageringstrykk	Trinnvis pålasting av jordelement med egenlast	Trinnvis pålasting av jordelement med egenlast
Beskrivelse av ytre last	Ekvivalent overlageringstrykk	Ekvivalent overlageringstrykk, stripelast	Ekvivalent overlageringstrykk, stripelast
Rør - jord grenseflate	Ingen eller full friksjon	Ingen til full friksjon, separasjon	Ingen til full friksjon, separasjon
Antall data linjer i input	5 - 10	6 - 15	50 - 500

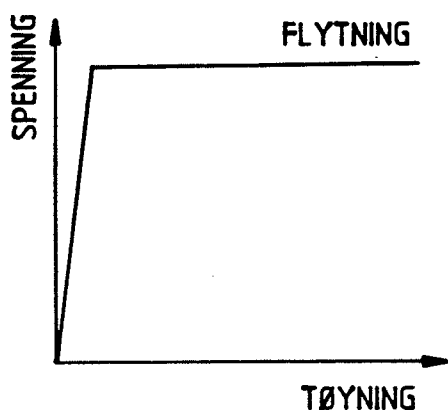
- 1) Nivå 2 tillater en modifisering av standard elementnett og påføring av krefter i knutepunkt
- 2) I nivå 3 kan regne med grenseflatebetingelser mellom ulike jordsoner.
- 3) Regnetid er 10 - 20 ganger lenger for nivå 2 og 3 enn for nivå 1.

### 2.3 Rørtyper

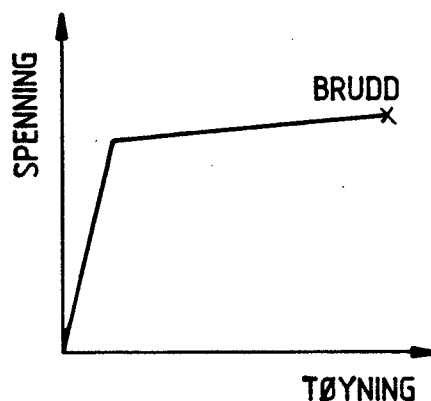
I programmet kan en velge mellom rørtyper i stål, aluminium, plast eller armert betong der rørformen er sirkel eller ellipse. Det finnes også en rørtype kalt "Box" som brukes for å modellere rektangulære betongkulerter.

For nivå 3 finnes det en valgfri type som tillater beskrivelse av ikke standard oppbygde rørtyper og som bare kan brukes i beregningstype analyse.

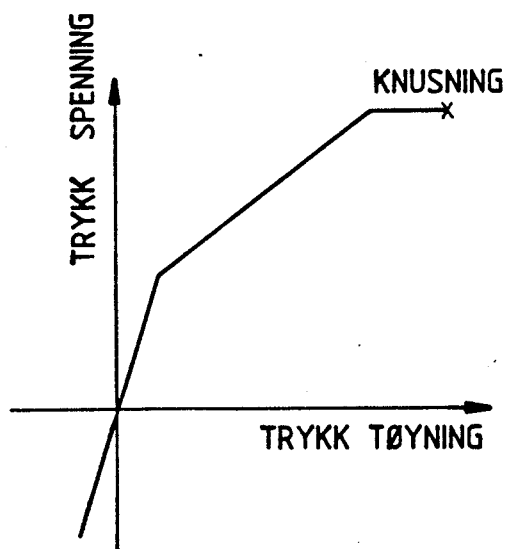
Spennings - tøyning kurver for de ulike rørmaterialene er vist på figur 3.



(a) STÅL

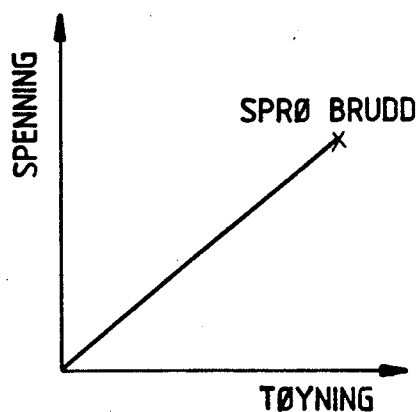


(b) ALUMINIUM



OPPSPREKKING

(b) BETONG



(d) PLAST

FIGUR 3 SPENNINGS- TØYNINGSDIAGRAM FOR DE ULIKE RØRTYPENE.



Hver rørtype ligger i separate subrutiner som inneholder materialparametre for rørmaterialet. Disse subrutinene utfører tre hovedfunksjoner.

- 1) Modifisering av røregenskapene basert på ulike lineære materialmodeller og aktuell spennings-tøyningstilstand. Tar med virkningen av flytning i metallet eller oppsprekking og knusning av betongen.
- 2) Evaluering av rør i forhold til sikkerhetsfaktorer og mulige bruddtyper.
- 3) For beregningstype dimensjonering blir rørveggdimensjoner tilpasset slik at krav til sikkerhetsfaktorer blir oppfylt. Som startverdi velger programmet et tverrsnitt som erfaringsmessig tåler transport og håndtering. Dette er påkjenninger som ikke kommer inn i randverdiproblemet.

Tabell 2 viser karakteristikker av de ulike rørtypene.

Tabell 2. Karakteristikk av rørtypene

Rørtype	Materialmodell	Dimensjoneringskriterier	Utskrift av designdata
Korrugert stål	Lineær, flyteledd teori, bilinear tøyning - spenning	Nedbøyning, flytning, knekning	Liste med nødvendig tykkelse for hver korrugeringstype.
Korrugert aluminium	Lineær, flyteledd teori, Bilinear tøyning - spenning	Nedbøyning, flytning, knekning	Liste med nødvendig tykkelse for hver korrugeringstype.
Armert betong	Rissutvikling, ikke lineær bøyning, flyting i stål armering	Knusning i betong, flytning i stål, skjærbrudd, rissvidde	Nødvendig armeringsareal og veggtykkelse.
Plastrør	Lineær	Stor nedbøyning, spenning i ytre fiber, knekning	Veggtykkelse
Valgfritt	Lineær	Bare analyse	Bare analyse

### 3. JORDMODELLER I CANDE

#### 3.1 Lineær elastisk

Den lineære materialmodellen er den enkleste av jordmodellene i CANDE. Stivhetsmatrisa er konstant uansett spennings - tøyingsforhold. Dersom ingen andre ikke lineæriteter er inne i bildet, kan lasten legges på i et last trinn om en ønsker det.

Lign. (3-1) viser plan tøyings relasjoner på lineær form., der  $(\sigma_x, \sigma_y, \tau)^T$  og

$(\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma)^T$  er spennings og tøyings vektorer, og  $C_{11}, C_{12}, C_{22}$  og  $C_{33}$  er materialkonstanter.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ & C_{22} & 0 \\ \text{Sym} & & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

For isotrope materialer blir konstantene  $C_{11}, C_{12}, C_{22}$  og  $C_{33}$  definert v.h.j.a. to elastiske parametre.

Tabell 3 viser elastiske relasjoner mellom noen vanlige elastiske par.

Tabell 3. Elastiske relasjoner.

Komponenter i stivhets- matrisa	Ekvivalente elastiske par		
	E=elastisitetsmodul v=tverrkontraksjon	M =ødometermod. K <sub>0</sub> =hviletrykks- koeffesient	B=Bulkmodul G=Skjærmodul
$C_{11} = C_{22}$	$\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	M	B + 4/3 G
$C_{12}$	$\frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	M · K <sub>0</sub>	B - 2/3 G
$C_{33}$	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	$\frac{M(1-K_0)}{2}$	G

( Bulkmodul = volumtøyingsmodul)

To spørsmål må stilles før denne modellen blir brukt:

1. Kan modellen brukes?
2. Hva er rimelig verdi for E-modul og tverrkontraksjon for jordmaterialet?

- 1) Jord oppfører seg sjelden eller aldri lineært, men lineære tilnærmelser kan gi en brukbar beskrivelse av jordmaterialets oppførsel. Særlig i designsituasjoner der det er sparsomt med informasjon om jordparametrene. Denne modellen er også anvendelig i parameterstudeier der f.eks. rørgeometrien blir variert.
- 2) Valg av elastiske moduli bør gjøres på basis av jordtype, komprimeringsgrad og overlagingstrykk på den aktuelle jordsonen.

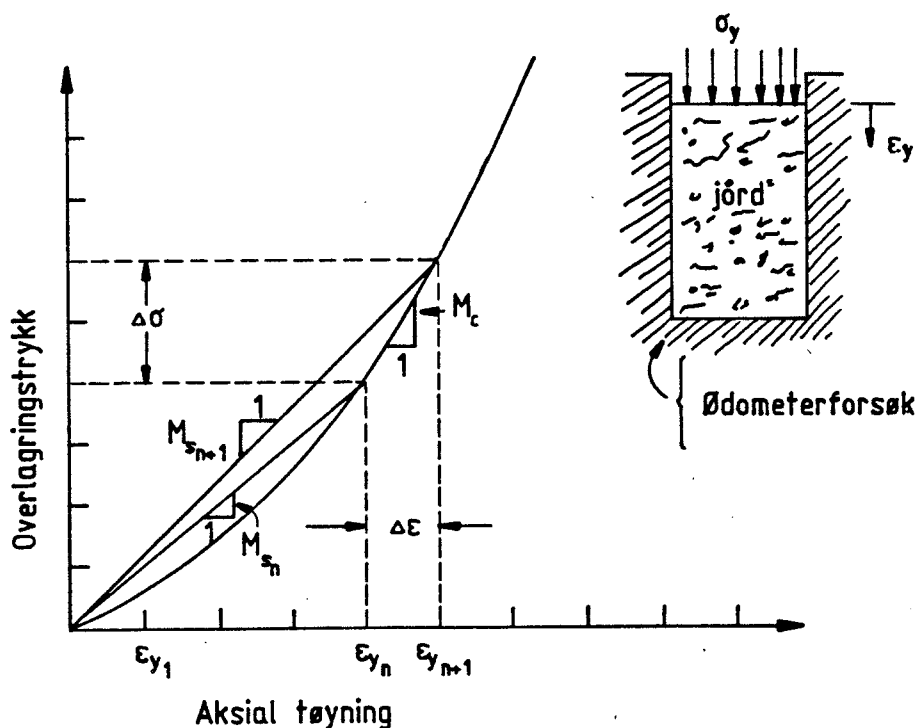
### 3.2 Lastavhengig

Den lastavhengige jordmodellen er en videreutvikling av den lineære modellen. Belastningen blir påført trinnvis for å etterligne prosessen med lagvis oppfylling av jord. E-modulen blir endret for hvert trinn slik at stivheten øker i takt med belastningen. Dette gir en slags spenningsavhengig modul.

Denne modellen har endel svakheter. Dersom tøyningen er endimensjonal (dvs. at jorda er fastholdt mot horisontal deformasjon) vil stivheten øke med overlagingstrykket.

$$\sigma_y = M \cdot \varepsilon_y \quad (3-2)$$

der  $M = \text{ødometermodulen}$



FIGUR 4 TYPISK SPENNING- TØYNINGsutvikling i ØDOMETERFORSØK.

Dersom jorda ikke har sidetrykk og kan utvide seg fritt, vil stivheten ikke øke i takt med overlagrings-trykket, men være begrenset av en aksial trykkstyrke.

I samvirke mellom jord og elastiske rør er det tvilsomt om jorda har sidestøtte. Denne modellen vil i et slikt tilfelle være for gunstig.

Figur 4 viser spenning som funksjon av tøyning for en situasjon der en har sidestøtte ( ødometertilstand ). En stor fordel ved den lastavhengige modellen er at modulen for hvert lasttrinn kan beregnes ut fra spenningsnivå og modul fra forrige lasttrinn uten iterering. Dette gir kort regnetid.

### 3.3 Hardin

Hardins jordmodell bygger på en sekant skjærmodul som en funksjon av maksimal skjærtøyning og middelspenningsnivå.

Modellen er fremstilt med relasjoner mellom porøsitet, vannmettingsgrad og plastisitetsindeks.

I CANDE er den opprinnelige Hardin-modellen presentert sammen med modifisert versjon som er bedre egnet til å modellere gradvis pålasting.

$$\tau = G_s \cdot \gamma \quad (3-3)$$

$\tau$  = akkumulert maks skjærspenning

$\gamma$  = akkumulert maks skjærtøyning

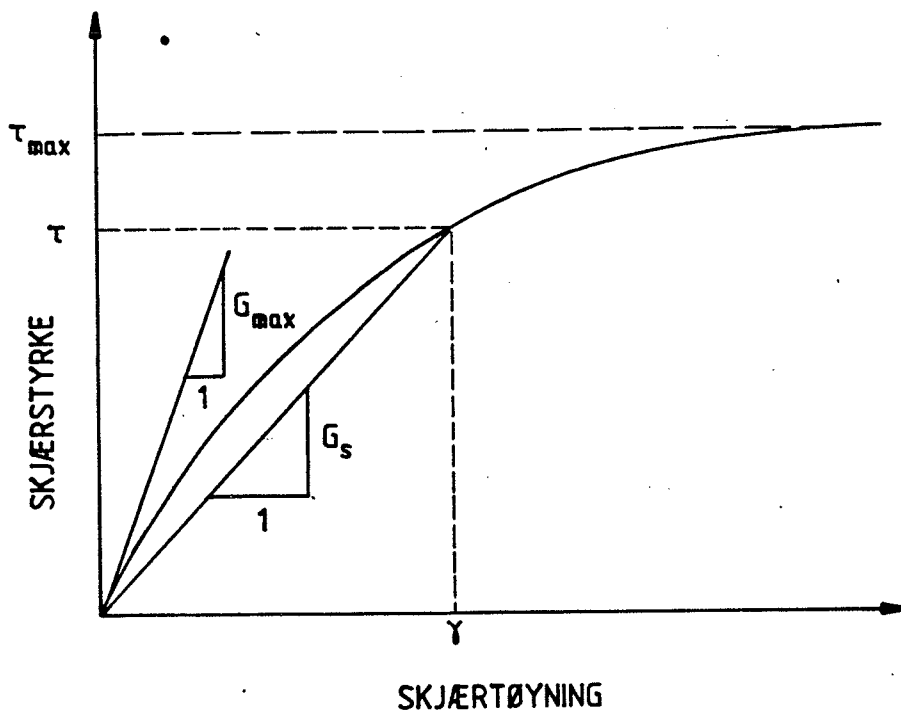
$G_s$  = sekant skjærmodul

Kjernepunktet i Hardins modell er uttrykket for sekant skjærmodulen  $G_s$ , uttrykt på hyperbolsk form.

$$G_s = \frac{G_{max}}{1 + \gamma_h}$$

$G_{max}$  er maksimal verdi av skjærmodulen avhengig av middelspenningen,  $\gamma_h$  er hyperbolsk skjærtøyning.

$$G_{max} = S_1 \sqrt{\gamma}$$



FIGUR 5 IDEALISERT SKJÆRSPENNINGS-  
TØYNINGSFORHOLD.

Figur 5. viser idealisert skjærspennings -  
tøyningforhold

Hardins modell er vist på generell form i lign. (3-4).

$$\gamma_h = \frac{\gamma}{\gamma_r} \left[ 1 + \frac{a}{\exp(\gamma/\gamma_r)^{0.4}} \right] \quad (3-4)$$

$$\gamma_r = G_{max} / C_1$$

$$\sigma_m = \text{middelspenning} = [\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}] / 3$$

$S_1$  = jordparameter relatert til porøsitet

$a$  = jordparameter relatert til jordtype og metningsgrad

$C_1$  = jordparameter relatert til porøsitet, metningsgrad og plastisitetsindeks

For å kunne bruke modellen for ulike jordtyper må en bestemme verdier for  $a$ ,  $S_1$  og  $C_1$ .

En måte å finne disse verdiene på er å utføre en serie med triaxforsøk og finne parametrene ved matematisk tilpassing.

For å unngå dette tidkrevende og kostbare arbeidet har Hardin presentert relasjoner for disse størrelsene uttrykt ved fundamentale jordparametre som er målbare eller lett tilgjengelig. Porøsitet, plastisitetsindeks og metningsgrad.

### 3.4 Duncan

Duncans jordmodell har spenningsavhengig modul. Spenning og tøyings inkrement er relaterte til hverandre gjennom Hooks lov, der de elastiske parametrene er avhengig av spenningstilstanden. En utførlig beskrivelse av denne jordmodellen finnes i Duncan et. al. ( 1980 )

For plan tøyning:

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\gamma \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

I henhold til Hooks lov (på isotropisk form) er alle matrisekomponenter  $C_{ij}$  definert v.h.j.a. to elastiske parametre. Tabell 4 viser disse relasjonene for de elastiske parametrene. E-modul og tverrkontraksjon og E-modul og Bulk-modul (E,B).

Matrise Komponent	(E, $\nu$ )	(E, B)
$C_{11} = C_{22}$	$\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	$\frac{3B(3B+E)}{9B-E}$
$C_{12}$	$\frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	$\frac{3B(3B-E)}{9B-E}$
$C_{33}$	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	$\frac{3BE}{9B-E}$

Tabell 4. Elastiske ekvivalenter for isotrop plan tøyning

Opprinnelig ble Duncan-modellen definert som en tangent E-modul med konstant tverrkontraksjon  $\nu$  og hyperbolsk spennings-tøyingsmodell. Senere ble en variabel  $\nu$  innført for å kunne beskrive den volumendringen som blir observert i triax forsøk. Tilslutt ble en tangent-bulk modul formulering valgt i stedet for variabel tverrkontraksjon. Denne formuleringen er brukt i CANDE.

Uttrykkene for E-modul og Bulk-modul som en funksjon av største og minste hovedspenning er vist i lign (3-6) og (3-7).

E - modul:

$$E_T = K P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^n \left[ 1 - \frac{R_F (1-\sin\phi)(\sigma_1-\sigma_3)}{2 \cdot C \cdot \cos\phi + 2\sigma_3 \sin\phi} \right]^2 \quad (3-6)$$

$\sigma_3$  = minste hovedspenning

$\sigma_1$  = største hovedspenning

$P_a$  = atmosfæretrykk (100 kPa)

$K$  = modultall, dimensjonsløst (tilsvarer  $m$  i Janbus modell)

$n$  = moduleksponent -1,0 til 1,0 (tilsvarer spennings-eksponenten i Janbus modell.

$R_F$  = mobiliseringsgrad (0,5 - 0,9)

$C$  = Kohesjon (kPa)

$\phi_0$  = friksjonsvinkel

$\Delta\phi$  = reduksjonsfaktor for  $\phi = \phi_0 - \Delta\phi \log_{10} \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)$

Bulk - modul:

$$B_t = K_B P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^m \quad (3-7)$$

$K_B$  = bulkmodultall, dimensjonsløst

$m$  = bulkmodultall, typisk verdi 0,0 - 1,0.

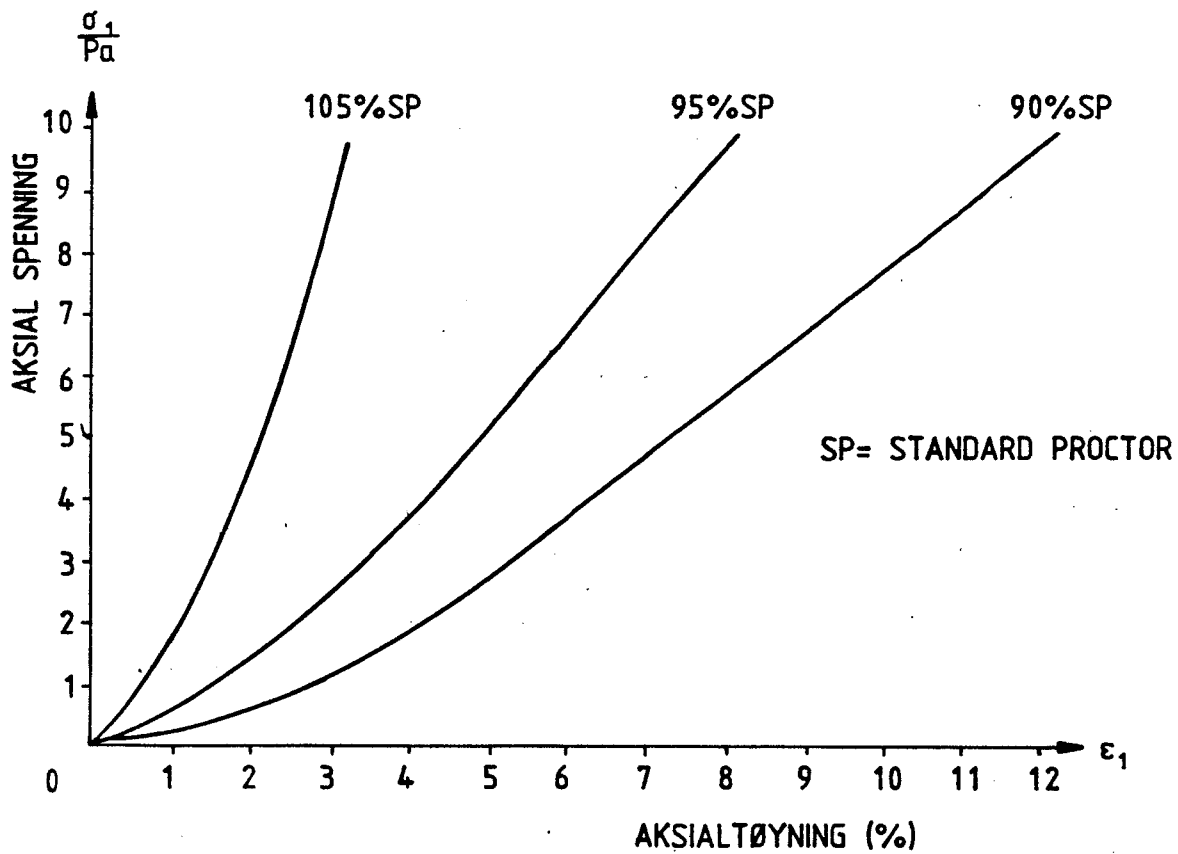
I lign. (3-6) og (3-7) er det tilsammen 8 parametre som definerer en spesiell jord med belastning:

$K$ ,  $n$ ,  $R_F$ ,  $C$ ,  $\phi_0$  og  $\Delta\phi$  for å definere  $E_T$ ,  $K_B$  og  $m$  for å definere  $B_t$ .

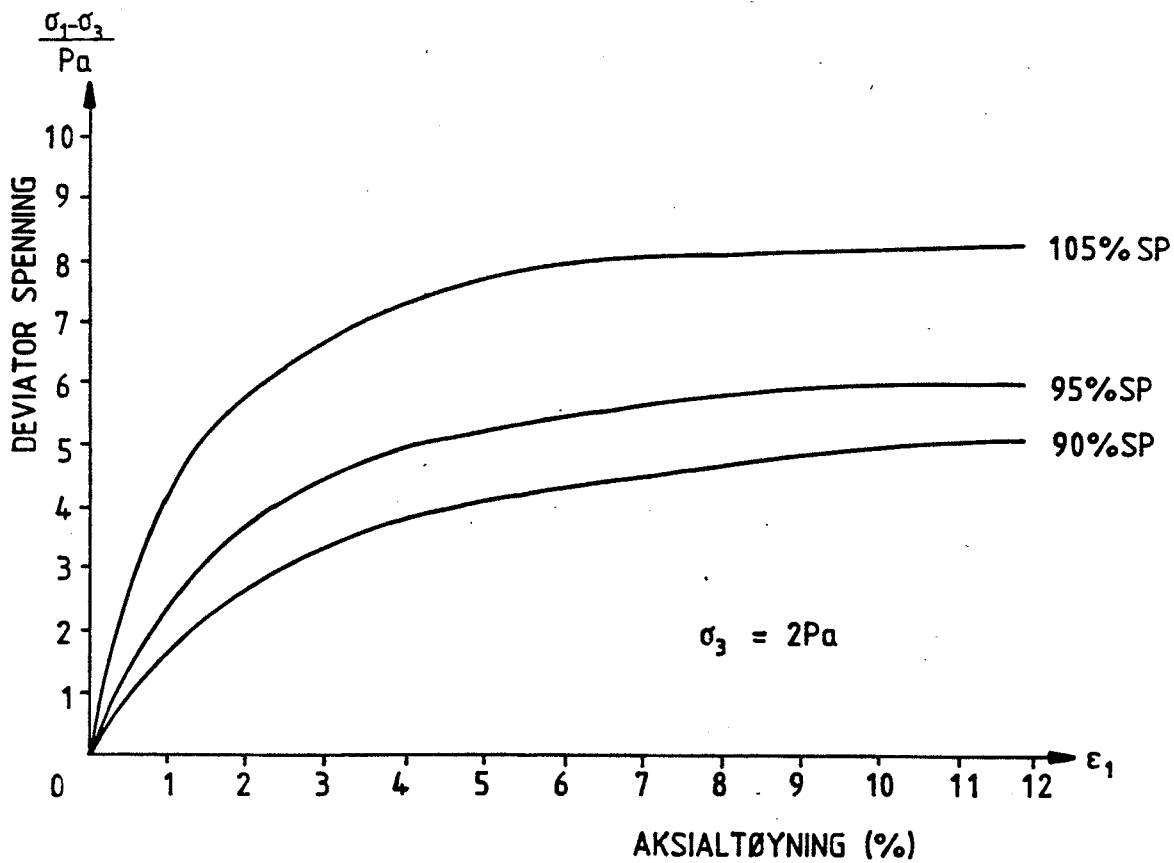
Disse kan bestemmes ut fra triaksforsøk (Duncan et.al 1980)

I programmet er det lagt inn verdier for en del standard jordtyper med ulik grad av komprimering.

Figur 6 a og b viser tøyning som funksjon av aksial - og deviator - spenning for en jordtype.



FIGUR 6a. GROVT FRIKSJONSMATERIALE  
ENAKSIAL OPPFØRSEL.



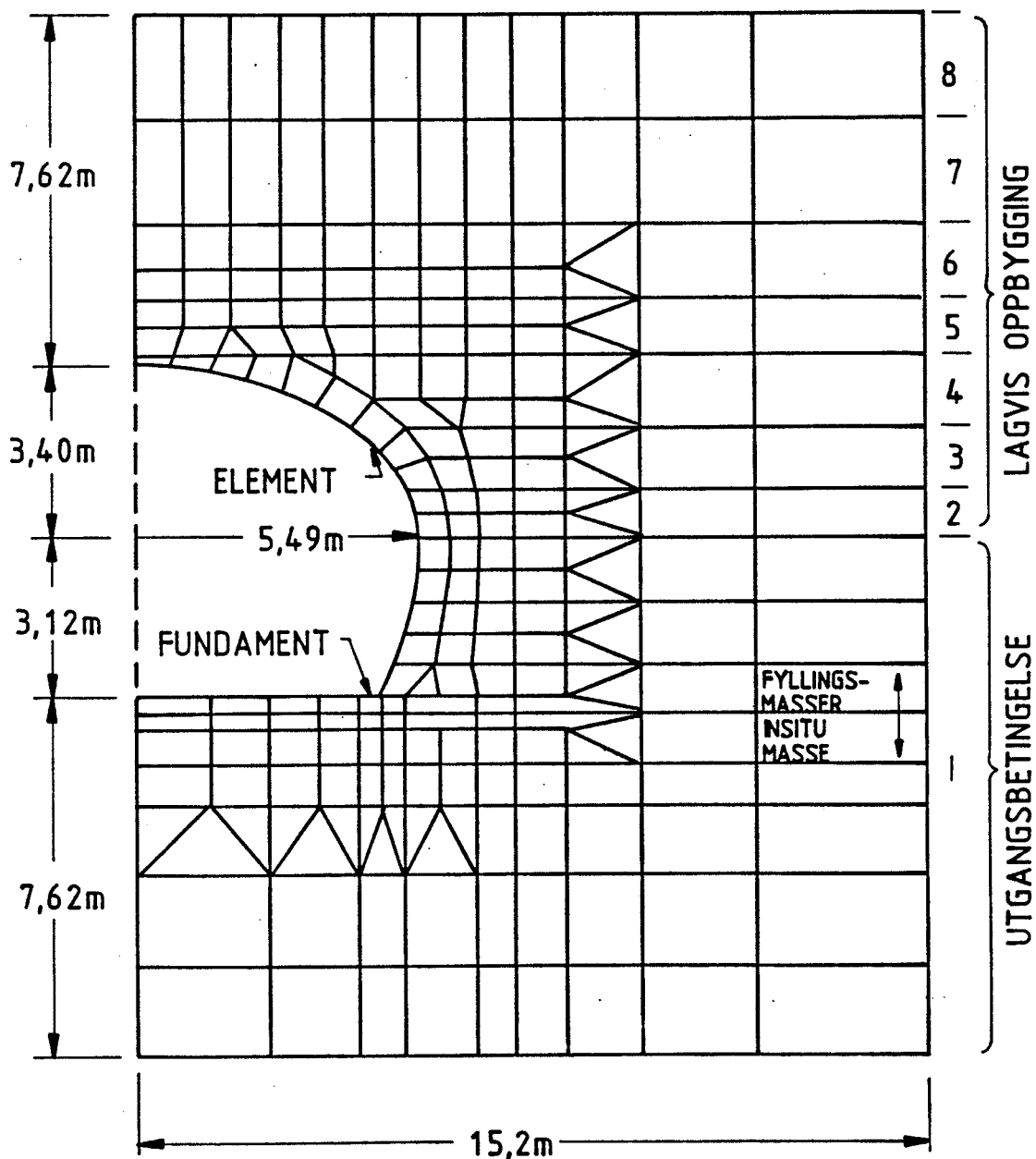
FIGUR 6b. GROVT FRIKSJONSMATERIALE,  
TRIAKSIAL OPPFØRSEL.



#### 4. EKSEMPLER PÅ ANVENDELSE

##### 4.1 Fleksibel stålkonstruksjon

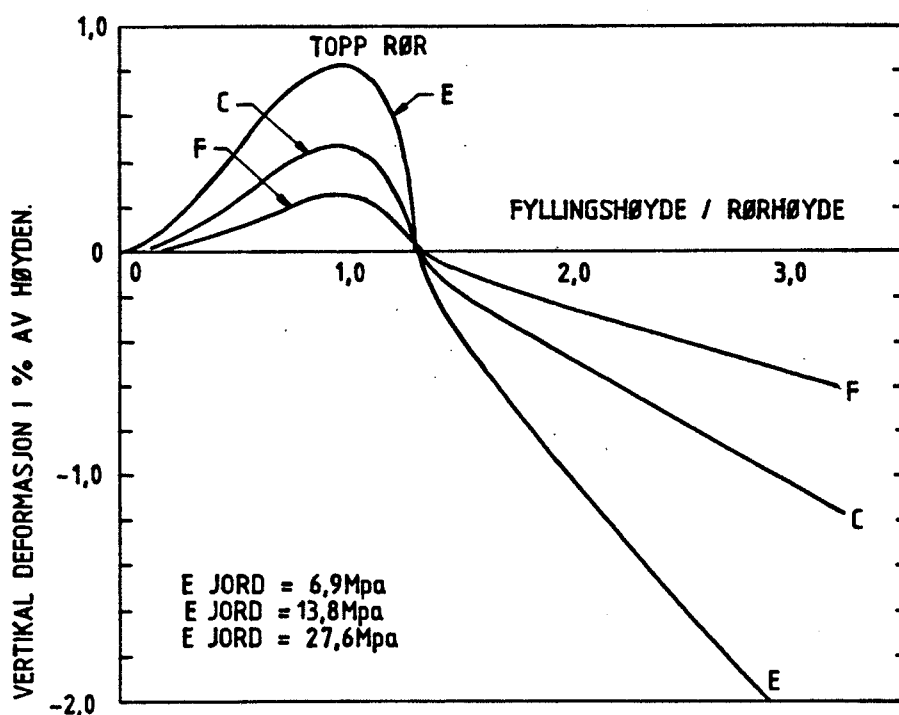
Frem til 1977 da CANDE ble utviklet var svært lite gjort for å modellere oppførselen av fleksible stålkonstruksjoner i samvirke med jord. Dette eksemplet viser hvordan CANDE kan brukes til parameter variasjon for på den måten å kunne forbedre design av slike konstruksjoner.



FIGUR 7 ELEMENTINDELING AV JORD OG RØR I EKSEMPEL 4.1

Figur 7 viser elementinndeling av jord og stålbue med diameter 11 m og høyde 6,5 m. Pga. vertikal symmetri er det tilstrekkelig å regne på halve systemet. Stålbuen har korrugering 150 x 50 mm og er fundamentert på en betongfot. Det er antatt homogen og lineært-elastisk jord med full friksjon mellom jord og rør. Problemet blir analysert v.hj.a nivå 3 i CANDE.

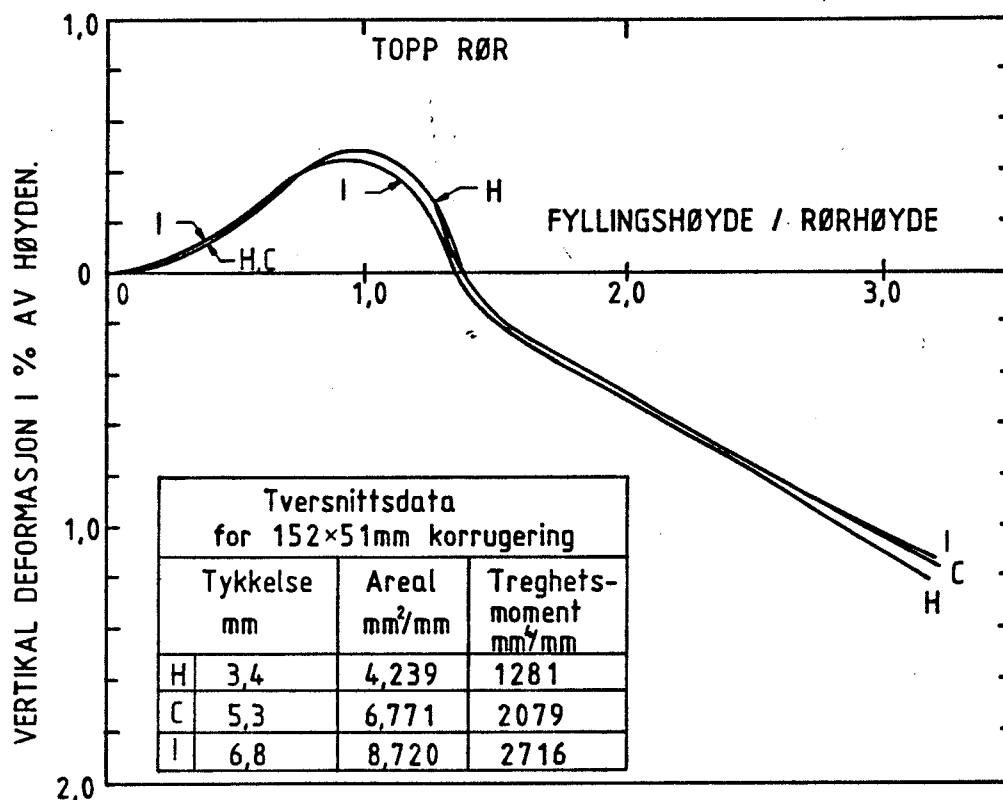
Varierer først jordmaterialets E-modul mens stivheten i stålrøret er konstant. Velger E-modulene 6,9, 13,8 og 27,6 MPa. Ståltykkelse 5,3 mm. Resultatene er vist på figur 8. Vertikal deformasjon av topp - rør i prosent av rørhøyden (6,5 m) er tegnet opp som funksjon av fyllingshøyde.



FIGUR 8      EFFEKT AV JORDSTIVHET PÅ VERTIKAL-  
DEFORMASJON AV RØRET.

Av figuren kan en se at deformasjonen øker inntil oppfyllingen når topp rør. Videre oppfylling fører til en utflating av konstruksjonen. Størrelsen på deformasjonen er omvendt proporsjonal med jordstivheten.

I det andre parameterstudiet antar en konstant jordstivhet ( $E = 14 \text{ MPa}$ ) mens tykkelsen på stålplatene blir variert. Velger tykkelsene 6,8, 5,3 og 3,4 mm. Bøyestivheten for  $t = 6,8 \text{ mm}$  er mer enn dobbelt så stor som for  $t = 3,4 \text{ mm}$ .



FIGUR 9   EFFEKT AV RØRSTIVHET PÅ VERTIKAL DEFORMASJON AV RØRET

Figur 9 viser vertikal deformasjon av topp rør. Som en ser av figuren har rørets stivhet svært liten betydning for deformasjonsutviklingen.

Konklusjonen på disse studiene må bli at deformasjonen av fleksible stålkonstruksjoner effektivt kan kontrolleres v.h.j.a kvalitet og komprimeringsgrad av omfyllingsmassene. Lite eller ingenting kan oppnås ved å bruke tykkere stål.

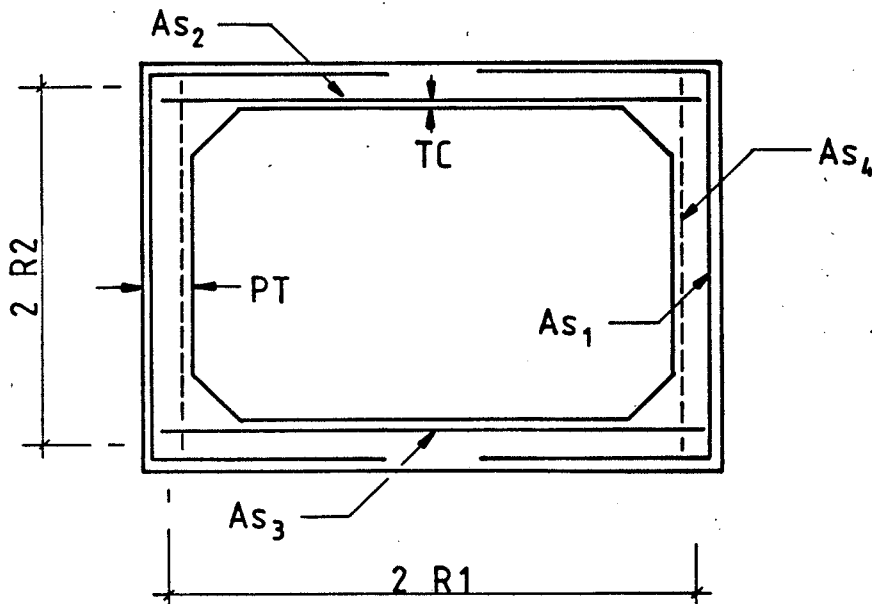
#### 4.2 Betongkulvert

I CANDE er det utviklet en subrutine for automatisk elementgenerering for analyse eller design av rektangulære betongkulverter i samvirke med jord.

Dette eksempelet viser jordstivhetens innvirkning på deformasjoner og jortrykk rundt kulverten. Eksemplet er hentet fra Katona et. al. (1980).

Kulvertkonstruksjonen er valgt ut fra en ASTM standard for armerte betongkonstruksjoner under fylling.

En middels stor kulvert med normalarmert tverrsnitt ble valgt. Kulverten er vist på figur 10. Tabell 5. viser tverrsnittsdata.



FIGUR 10 REKTANGULÆR BETONGKULVERT.

Tverrsnitt	Maksimal fyllingshøyde et. ASTM standard	$A_{s1}$ $\text{mm}^2/\text{mm}$	$A_{s2}$ $\text{mm}^2/\text{mm}$	$A_{s3}$ $\text{mm}^2/\text{mm}$	TC mm	PT mm
2,4x1,8m	3,0m	0,4234	0,6561	0,4021	30	200

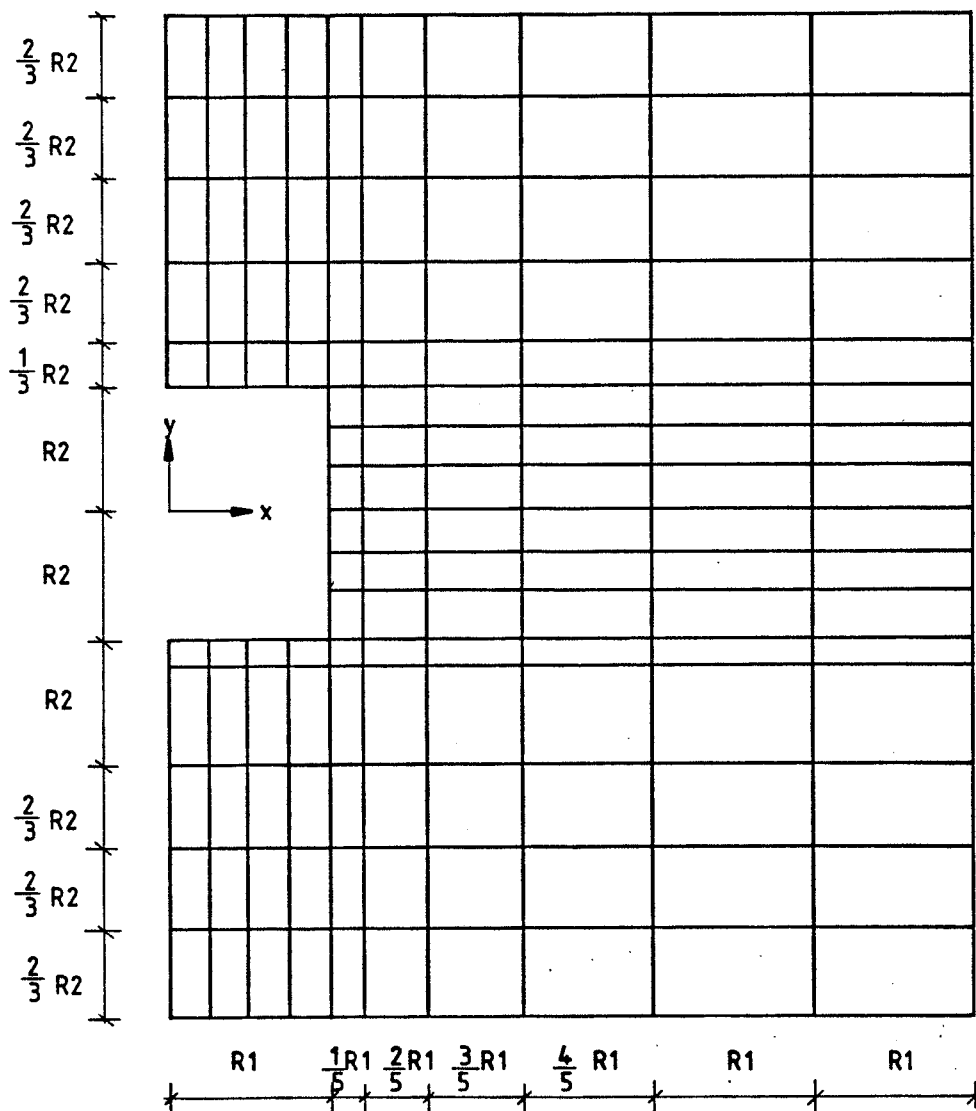
Tabell 5. Tverrsnittsdata for betongkulvert

I dette eksemplet ble det brukt en elastisk jordmodell der en så på fast, middels og bløt jord. Parametrene som varieres er E-modul og tverrkontraksjon. Tabell 6. viser jordparametre for de tre tilfellene.  
 $\gamma = 18,8 \text{ kN/m}^3$

Jordtype		E-modul [kPa]	Tverrkontraksjon $\nu$
Bløt	Insitu (1)	2300	0,33
	Fundament(2)	4600	0,33
	Fylling (3)	2300	0,33
Middels	Insitu (1)	13800	0,33
	Fundament(2)	27600	0,33
	Fylling (3)	13800	0,33
Fast	Insitu (1)	23000	0,33
	Fundament(2)	46000	0,33
	Fylling (3)	23000	0,33

Tabell 6. Elastiske jordparametre

Elementinndelingen er vist på figur 11.

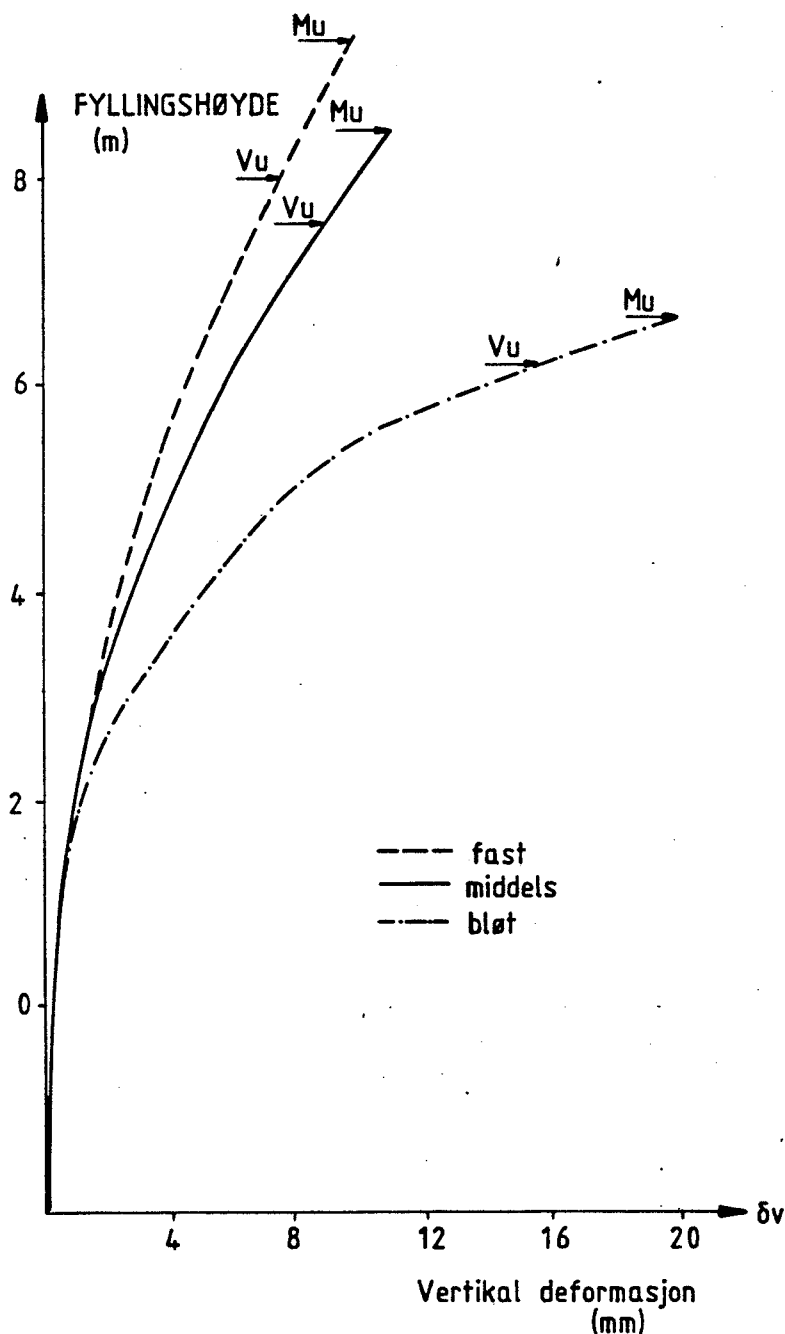


FIGUR 11 ELEMENTINDELING AV JORD I TILFELLET MED REKTANGULÆR BETONGKULVERT.

Figur 12. viser last-deformasjons historie.  
Kulverten blir belastet til brudd i hvert tilfelle.

To tilstander definerer brudd for kulverten: Overskridelse av skjærkraftkapasiteten  $V_u$  og utvikling av plastiske ledd pga. store moment og trykk-krefter  $M_u$ .

I dette eksemplet opptrer skjærbrudd før flyteledd i alle tre tilfeller.



FIGUR 12 VERTIKAL DEFORMASJON AV BETONGKULVERTEN SOM FUNKSJON AV FYLLINGSHØYDE OVER TOPP KULVERT.

For konstruksjoner som ikke er i samvirke med jord vil kapasiteten være fullt utnyttet når det har oppstått så mange flyteledd at en har fått en mekanisme. Dette er ikke tilfelle med konstruksjoner i samvirke med jord, fordi jordstivheten da kontrollerer deformasjonsutviklingen ved brudd. Derfor vil forløpet til lastdeformasjonskurvene frem mot brudd være nær proporsjonale med jordstivheten.

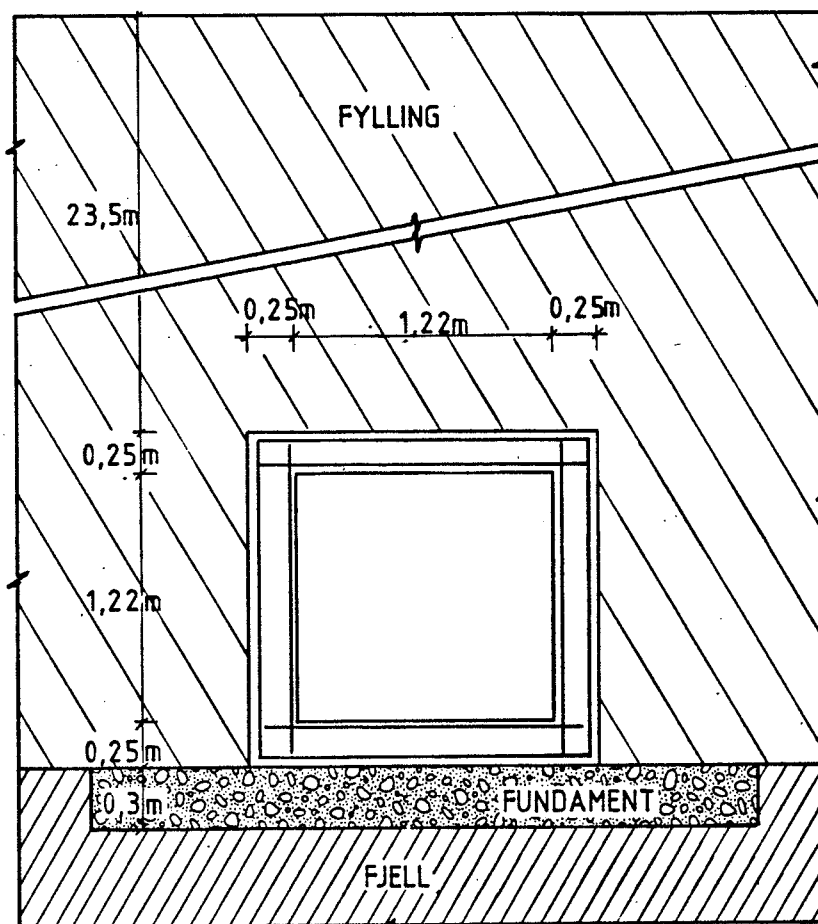
Av Figur 12 kan en se at tilfellet med bløt jord tåler mindre fyllingshøyder enn i tilfellet med stiv jord.

Det vil derfor være en fordel med stive omfyllingsmasser for å redusere deformasjonene.

Dette eksempelet viser at valg av omfyllingsmasser er en viktig faktor i analyse og design av kulverter.

For å teste ut denne subrutinen ble det i USA utført et fullskala modellforsøk, Katona M.G. et.al (1980).

Figur 13 viser kulverten som ble brukt i fullskala-forsøket.



FIGUR 13 TVERRSNITT AV KULVERTEN BRUKT I FULLSKALAFORSØKET.

Det ble brukt en lineær jordmodell delt i tre jordsoner med materialparametre som vist i tabell 7. Beregningsnivå 2 ble brukt med elementnett type Embankment, dvs. fylling.

Jord	E-modul [KPa]	tverrkontraksjon
Insitu (stein)	689700	0,25
Fundament	27600	0,25
Fylling	13800	0,25

Tabell 7. Jordparametre i fullskalaforsøk.

Kulverten ble belastet opptil 23,5 m jordoverdekning. Jorda ble lagt på lagvis slik at en last deformasjons-historie kom frem. Normaltrykket ble målt ved to fyllingshøyder 6,6 m og 23,5 m.

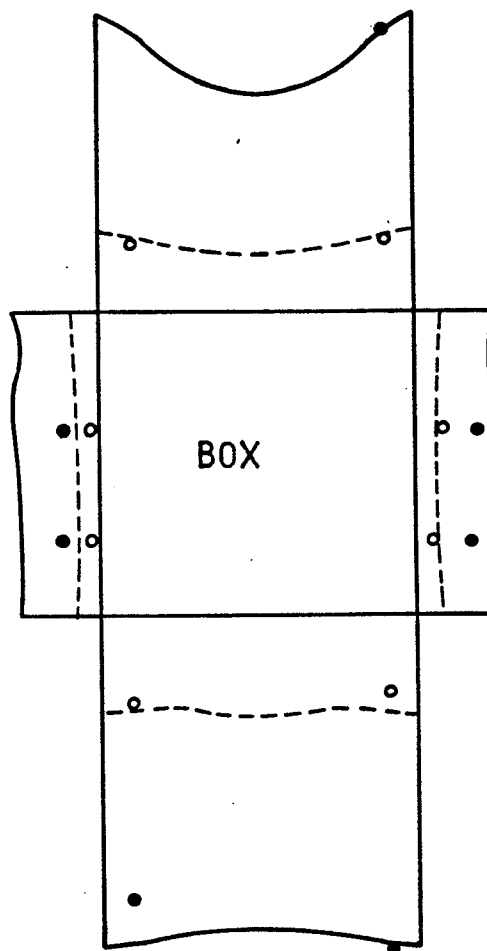
Til måling av jordtrykket ble det brukt Carlson jordtrykksceller, to på hver side over og under kulverten.

På figur 14. er normaltrykkfordelingen rundt kulverten beregnet v.h.j.a CANDE tegnet inn sammen med måleresultatene. Beregnet normaltrykk på over og undersiden faller svært godt sammen med måleresultatene. Det målte sidetrykket er forskjellig på høyre og venstre side. Målingene på høyre side er nærmest beregnet normalspenning.

Beregning fra CANDE viser at flytning i stålet opptrer i nedre hjørne ved maks. last (23,5 m). Det første risset i betongen (0,25 mm) ble observert ved en fyllingshøyde på 18,3 m. Dette viser at programmet kan brukes til økonomisk gunstig dimensjonering av betongkulverten uten unødvendig overdimensjonering.



- - - - FYLLINGSHØYDE 6,6m } Beregnet med  
 ——— FYLLINGSHØYDE 23,5m } CANDE  
 ○ (H = 6,6m) } målt  
 ● (H = 23,5m) }



SKALA :  $\underline{\quad 200\text{kPa}} \quad$

FIGUR 14 BEREGNET OG MÅLT JORDTRYKK  
RUNDT KULVERTEN.

### 4.3 Korrugerte plastrør

En dimensjoneringsmetode for å finne maksimal fyllingshøyde over korrugerte plastrør er utviklet ved hjelp av CANDE, Katona (1988).

Rapporten inneholder tabeller og diagram for fyllingshøyder som gir dimensjoneringskriterier for standard plastrør av korrugert polyetylen (PVC) med diametre fra 10 til 760 mm. Dimensjoneringen er bygd på 4 bruddkriterium.

Bruddkriteriene er vist i tabell 8.

Plastmaterialer har betydelige kryptøyninger. Både lang og korttids E-modul for (PVC) er derfor tatt med i beregningene. Andre variable er rørdiameter, korrugeringsareal, jordtyper og komprimeringsgrad.

Bruddtype	Tillatt grense
Trykk spenning	1/2 flytespenning
Bøye tøyning	5.0 %
Sammentrykking (Vertikal)	7.5 %
Knekning	1/2 Kritisk trykk

Tabell 8. Bruddkriterier for plastrør

Dimensjoneringstabellene er bestemt v.hj.a. CANDE og viser godt samsvar med laboratorietester.

CANDE ble for dette tilfellet modifisert til å bestemme tillatt fyllingshøyde automatisk.

De viktigste forutsetningene var: første ordensteori, lineær elastisk rørmateriale, kort- og langtids E-modul, homogen jord og full friksjon mellom rør og jord.

Duncans jordmodell ble brukt og alle designtilfeller ble analysert for to jordtyper. Leire komprimert til 85 % Standard Proctor (SP) og siltig-leirig-sand komprimert til 100 % SP.

Tabell 9 viser Duncans jordparametre for disse jordtypene.

Jord type	$\phi$	$d\phi$	C kPa	K -	n -	$R_f$ -	$K_b$ -	m -
85 % SP	33,0	0,0	9,56	100	0,6	0,7	50,0	0,5
100% SP	33,0	0,0	23,95	100	0,6	0,7	200,0	0,5

Tabell 9. Duncans jordparametre for to jordtyper

Det ble valgt 9 rørdiametre med 3 tverrsnittsareal for hver diameter. Disse ble igjen kombinert med to jordtyper og kort- og langtids E-modul. Dette gav ialt 108 tilfeller som ble løst v.h.j.a. CANDE.

I hvert tilfelle ble belastningen gradvis påført inntil et av dimensjoneringskriteriene ble overskredet. I de fleste tilfeller var trykkspenningen dimensjonerende.

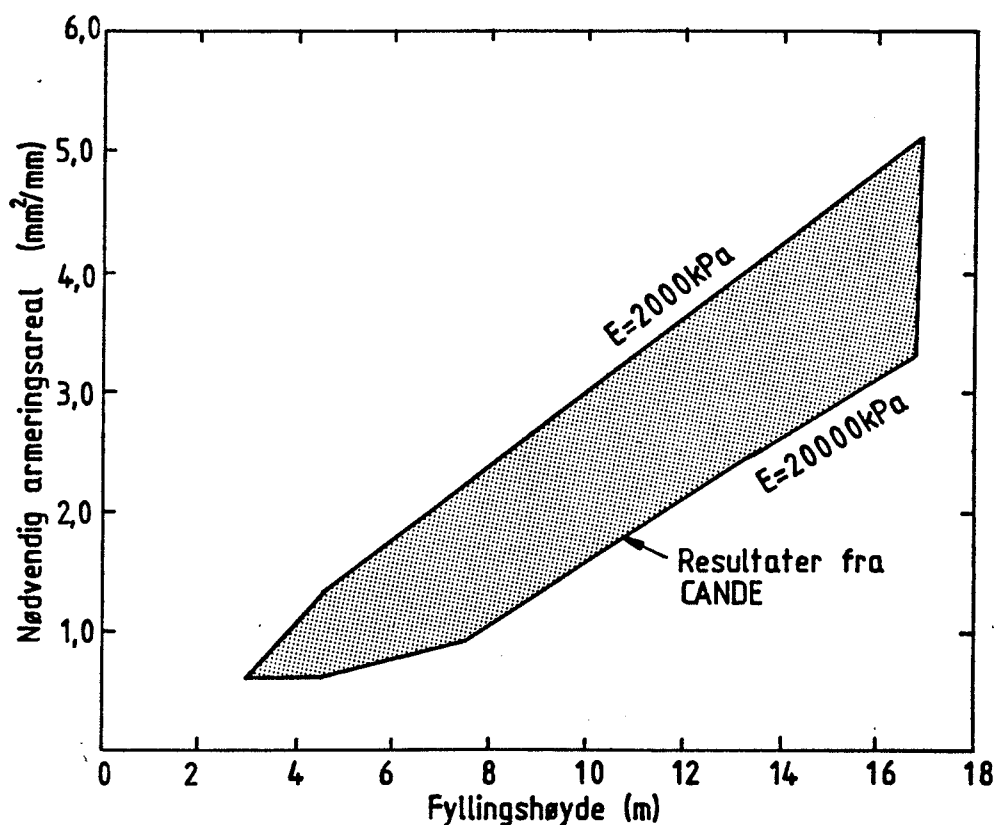
Resultatet er oppført i tabell 10. Tillatt fyllingshøyde for 50 år (langtid) og 0,05 år (korttid) kan plukkes ut direkte.

Rør data		Tillatt fyllingshøyde			
Diameter mm	Korrugeringsareal mm <sup>2</sup> /mm	Gode fyllingsmasser		Dårlige fyllingsmasser	
		Korttids m	Langtids m	Korttids m	Langtids m
102	1,0	13,7	7,7	9,6	3,7
	2,3	26,6	12,6	19,3	7,2
	3,6	38,2	17,3	23,4	10,7
152	1,3	11,9	7,0	8,0	3,1
	2,5	20,9	10,5	15,6	5,5
	3,8	24,1	13,7	20,0	7,9
203	1,5	10,9	6,7	7,2	2,9
	2,8	17,7	9,3	12,9	4,6
	4,1	24,1	11,8	17,9	6,5
254	2,0	11,4	6,9	7,6	3,1
	3,3	16,9	9,1	12,2	4,5
	4,6	22,1	11,0	16,7	5,9
305	2,5	11,7	7,1	7,9	3,2
	3,8	16,3	8,9	11,7	4,4
	5,1	20,7	10,5	15,5	5,6
381	3,8	13,1	7,9	9,4	3,7
	5,1	17,0	9,2	12,4	4,6
	6,4	20,6	10,4	15,4	5,5
457	5,1	14,7	8,4	10,4	3,9
	6,4	17,6	9,6	12,9	4,8
	7,6	20,6	10,5	15,4	5,6
607	6,4	14,6	8,7	10,2	4,0
	7,6	17,0	9,6	12,2	4,6
	8,9	19,4	10,5	14,2	5,2
762	7,6	13,3	8,1	9,2	3,7
	8,9	15,1	8,8	10,7	4,2
	10,2	16,9	9,5	12,3	4,7

Tabell 11. Dimensjoneringsstabell for tillatt fyllingshøyde over plastrør.

#### 4.4 Sirkulært betongrør

Et parameterstudium på sirkulære betongrør er utført av Katona (1977). Der ble nødvendig armeringsmengde som funksjon av omfyllingsmassenes E-modul studert. Nivå 1 i CANDE ble brukt (dvs. elastisk løsning). Bruddkriteriet 0.025 mm rissvidde i betongen viste seg å være dimensjonerende i alle tilfeller bortsett fra for små overdekninger der minimumskrav til armering bestemte armeringsmengden. Resultatet for et rør med diameter 2,3 m er vist på figur 15.



FIGUR 15 ARMERINGSAREAL FOR DOBBELTARMERT BETONGRØR.

## 5. LITTERATURHENVISNINGER

Burns, J. and Richard, R. ,1964; "Attenuation of Stresses for Buried Cylinders,"Proc. of the Symposium on Soil-Structure Interaction, University of Arizona, Tucson, Arizona.

Fiskvatn, A. 1984, "Elementmetoden", Tapir trykk.

Duncan et.al 1980, "Strength, Stress-strain and Bulk-Modulus Parameters for Finite Elementanalyses of Stresses and Movements in Soil Masses".  
UCLA, Berkeley.

Katona, M.G. et.al, 1977, "CANDE - A Modern Approach for the Structural Design and Analysis of Buried Culverts", User Manual, System Manual, Report FHWA-RD-77-5, 77-6 AND 77-7, U.S Naval Civil Engineering Laboratory.

Katona, M.G, 1978,  
"CANDE - A Versatile Soil-structure Design and Analysis Computer program", Advances in Engineering Software, vol. 1, No 1.

Katona, M.G et.al, 1980, "CANDE -1980 : Box Culverts and Soil Models", Report FHWA/RD - 89/172.

Katona, M.G, 1988, "Allowable fill Heights for Corrugated Poliethylene Pipe", Transportation Research Board.

